SYSTÈME D'ÉQUATIONS DU 1er DEGRÉ À DEUX INCONNUES
RÉSOLUTION ALGÉBRIQUE

FICHE DE PRÉSENTATION **FICHE DE PRÉSENTATION** **FICHE DE PRÉSENTATION**

¤ OBJECTIF(S) ¤

- Résoudre algébriquement un système d'équations du premier degré à **deux** inconnues.

¤ EXPLICITATION ¤

- Être capable à l'issue des travaux de calculer les valeurs numériques des inconnues dans un système ayant un seul couple de solutions par exemple :
  - les valeurs de x et y dans le système : $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 3x + 5y = 21 \end{cases}$
  - les valeurs de d et t dans le système : $\begin{cases} d = 90t \\ d + 50t = 280 \end{cases}$

¤ PRÉ-REQUIS ¤

- Maîtriser :
  - la résolution d'une équation du premier degré à une inconnue.
  - l'écriture d'un couple de nombres.

¤ CONDITIONS ¤

- Traiter la fiche d'entraînement en **trois** parties.

✋ Après chaque partie consulter la fiche auto-corrective.

  - Première partie : Exercice **1**.
  - Deuxième partie : Exercices **2** et **3**.
  - Troisième partie : Exercices **4** et **5**.

¤ CRITÈRES DE RÉUSSITE ¤

- Au moins **trois** réponses exactes dans la partie **3**.

¤ CONSEILS ¤

- Vérifier vos réponses avant de consulter la fiche auto-corrective.

SYSTÈME D'ÉQUATIONS DU 1er DEGRÉ À DEUX INCONNUES RÉSOLUTION ALGÉBRIQUE

FICHE DE FORMATION **FICHE DE FORMATION** **FICHE DE FORMATION**

★ **Introduction :**

Un fleuriste propose **deux** types de bouquets :

- l'un composé de **5** roses jaunes et **4** iris pour 16 €.
- l'autre composé de **3** roses jaunes et **6** iris pour 15 €.

☞ Pour calculer le prix x en € d'une **rose** et le prix y en € d'un **iris**, il faut résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 5x + 4y = 16 & ① \\ 3x + 6y = 15 & ② \end{cases}$$

◆ **Mode de résolution :**

▪ **Par combinaison linéaire (ou addition) :**

1ère ÉTAPE : ☞ Transformer le système pour obtenir deux équations à une inconnue

• Éliminer y :

$$\begin{matrix} \times(3) \\ \times(-2) \end{matrix} \quad \begin{cases} 5x + 4y = 16 \\ 3x + 6y = 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15x + 12y = 48 \\ -6x - 12y = -30 \end{cases}$$

☞ Additionner les deux équations :

$$9x = 18$$

• Éliminer x :

$$\begin{matrix} \times(-3) \\ \times(5) \end{matrix} \quad \begin{cases} 5x + 4y = 16 \\ 3x + 6y = 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -15x - 12y = -48 \\ 15x + 30y = 75 \end{cases}$$

☞ Additionner les deux équations :

$$18y = 27$$

⇨ On obtient deux équations à une inconnue chacune : $\begin{cases} 9x = 18 \\ 18y = 27 \end{cases}$

2e ÉTAPE : ☞ Résoudre chaque équation

$$9x = 18 \qquad x = \frac{18}{9} \qquad \boldsymbol{x = 2}$$

$$18y = 27 \qquad y = \frac{27}{18} \qquad \boldsymbol{y = 1{,}5}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{x = 2} \\ \boldsymbol{y = 1{,}5} \end{cases}$$

3e ÉTAPE : ☞ Vérification : avec $x = 2$ et $y = 1{,}5$

¤ Première équation : $5x + 4y = 16$

$$5x + 4y = 5 \times 2 + 4 \times 1{,}5$$
$$5x + 4y = 10 + 6$$
$$5x + 4y = 16$$

¤ Deuxième équation : $3x + 6y = 15$

$$3x + 6y = 3 \times 2 + 6 \times 1{,}5$$
$$3x + 6y = 6 + 9$$
$$3x + 6y = 15$$

4e ÉTAPE : ☞ Donner la **solution** du système

➢ Le couple (***x*** ; ***y***) solution du système est égal à (**2** ; **1,5**)

5e ÉTAPE : ☞ Donner la **solution** du problème

SYSTÈME D'ÉQUATIONS DU 1^{er} DEGRÉ À DEUX INCONNUES RÉSOLUTION ALGÉBRIQUE

➢ Le prix d'une rose est **2 €**.
Le prix d'un iris est **1,50 €**.

▪ **Par substitution :**

1ère ÉTAPE :	☞ Transformer le système pour que l'une des deux équations soit une équation à une inconnue

Exprimer x en fonction de y dans l'équation ② :

$$\begin{cases} 5x + 4y = 16 & ① \\ 3x + 6y = 15 & ② \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x + 4y = 16 \\ 3x = 15 - 6y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x + 4y = 16 \\ x = 5 - 2y & ③ \end{cases}$$

Remplacer (ou substituer) x par l'expression ③ dans l'équation ① :

$$x = 5 - 2y \quad ③ \qquad \Rightarrow \begin{cases} 5(5 - 2y) + 4y = 16 \\ x = 5 - 2y \end{cases}$$

2e ÉTAPE :	☞ Résoudre l'équation : $5(5 - 2y) + 4y = 16$

$$\begin{cases} 25 - 10y + 4y = 16 \\ x = 5 - 2y \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6y = 16 - 25 \\ x = 5 - 2y \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6y = -9 \\ x = 5 - 2y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1,5 \\ x = 5 - 2y \end{cases}$$

3e ÉTAPE :	☞ Résoudre l'autre équation : $x = 5 - 2y$

Remplacer dans l'expression ③, y par la valeur trouvée

$$\begin{cases} y = 1,5 \\ x = 5 - 2 \times 1,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1,5 \\ x = 5 - 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{y = 1,5} \\ \mathbf{x = 2} \end{cases}$$

4e ÉTAPE :	☞ Vérification : avec $x = 2$ et $y = 1,5$

¤ Première équation : $5x + 4y = 16$	¤ Deuxième équation : $3x + 6y = 15$
$5x + 4y = 5 \times 2 + 4 \times 1,5$	$3x + 6y = 3 \times 2 + 6 \times 1,5$
$5x + 4y = 10 + 6$	$3x + 6y = 6 + 9$
$5x + 4y = 16$	$3x + 6y = 15$

5e ÉTAPE :	☞ Donner la solution du système

➢ Le couple (***x*** ; ***y***) solution du système est égal à (**2** ; **1,5**)

6e ÉTAPE :	☞ Donner la solution du problème

➢ Le prix d'une rose est **2 €**.
Le prix d'un iris est **1,50 €**.

✋ **Remarque :**

SYSTÈME D'ÉQUATIONS DU 1er DEGRÉ À DEUX INCONNUES
RÉSOLUTION ALGÉBRIQUE

Dans un système, l'une des inconnues peut être calculée par **combinaison linéaire** et l'autre par **substitution**.

SYSTÈME D'ÉQUATIONS DU 1er DEGRÉ À DEUX INCONNUES
RÉSOLUTION ALGÉBRIQUE

FICHE D'ENTRAÎNEMENT **FICHE D'ENTRAÎNEMENT** **FICHE D'ENTRAÎNEMENT**

1. Résoudre le système en utilisant successivement les deux méthodes (combinaison linéaire et substitution) :

$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3x + 5y = 21 \end{cases}$$

▪ Méthode par combinaison linéaire :

……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

▪ Méthode par substitution :

……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

SYSTÈME D'ÉQUATIONS DU 1er DEGRÉ À DEUX INCONNUES
RÉSOLUTION ALGÉBRIQUE

FICHE D'ENTRAÎNEMENT **FICHE D'ENTRAÎNEMENT** **FICHE D'ENTRAÎNEMENT**

2. Résoudre par la méthode de combinaison linéaire le système suivant :

$$\begin{cases} 3x + 7y = 11 \\ -5x + 2y = 5 \end{cases}$$

…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………

3. Résoudre par la méthode de substitution le système suivant :

$$\begin{cases} 4x - y = 18 \\ x + 9y = -14 \end{cases}$$

…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………

SYSTÈME D'ÉQUATIONS DU 1er DEGRÉ À DEUX INCONNUES
RÉSOLUTION ALGÉBRIQUE

4. Résoudre par la méthode de calcul de votre choix le système suivant :

$$\begin{cases} x + y = 29 \\ x - y = 5 \end{cases}$$

▪ Méthode choisie : ……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

5. Problème :
Un groupe de personnes a réservé dans un restaurant.Toutes les tables sont identiques.

- Si les personnes sont réparties sur 5 tables, il reste 4 personnes non placées.
- Si les personnes sont réparties sur 6 tables, 2 places sont inoccupées.

Pour calculer le nombre t de places à chaque table et le nombre p de personnes du groupe, il faut **résoudre** le système :

$$\begin{cases} 5t = p - 4 \\ 6t = p + 2 \end{cases}$$

……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

SYSTÈME D'ÉQUATIONS DU 1er DEGRÉ À DEUX INCONNUES RÉSOLUTION ALGÉBRIQUE

FICHE AUTO-CORRECTIVE FICHE AUTO-CORRECTIVE FICHE AUTO-CORRECTIVE

1.

▪ Méthode par combinaison linéaire :

$$\begin{cases} 2x - y = 1 & \text{on multiplie tous les termes par } 5 \\ 3x + 5y = 21 & \text{on multiplie tous les termes par } 1 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} 10x - 5y = 5 \\ 3x + 5y = 21 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$13\,x = 26$$

$$\begin{cases} 2x - y = 1 & \text{on multiplie tous les termes par } -3 \\ 3x + 5y = 21 & \text{on multiplie tous les termes par } 2 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} -6x + 3y = -3 \\ 6x + 10y = 42 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$13\,y = 39$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} 13x = 26 \\ 13y = 39 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{x = 2} \\ \boldsymbol{y = 3} \end{cases}$$

▪ Méthode par substitution :

• Transformation de la première équation :

$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3x + 5y = 21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 1 = y \\ 3x + 5y = 21 \end{cases}$$

• On remplace y par son expression dans la deuxième équation :

$$\begin{cases} 2x - 1 = y \\ 3x + 5(2x - 1) = 21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 1 = y \\ 3x + 10x - 5 = 21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 1 = y \\ 13x = 26 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 1 = y \\ x = 2 \end{cases}$$

• On remplace x par sa valeur dans la première équation :

$$\begin{cases} 2 \times 2 - 1 = y \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \boldsymbol{3 = y} \\ \boldsymbol{x = 2} \end{cases}$$

◆ Vérification :

$$\begin{cases} 2 \times 2 - 3 = 4 - 3 = 1 \\ 3 \times 2 + 5 \times 3 = 6 + 15 = 21 \end{cases}$$

Réponse : **Le couple (x ; y) solution du système est égal à (2 ; 3).**

SYSTÈME D'ÉQUATIONS DU 1er DEGRÉ À DEUX INCONNUES
RÉSOLUTION ALGÉBRIQUE

FICHE AUTO-CORRECTIVE FICHE AUTO-CORRECTIVE FICHE AUTO-CORRECTIVE

2.

$$\begin{cases} 3x + 7y = 11 & \text{on multiplie tous les termes par 2} \\ -5x + 2y = 5 & \text{on multiplie tous les termes par } -7 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} 6x + 14y = 22 \\ 35x - 14y = -35 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$41\,x = -13$$

$$\begin{cases} 3x + 7y = 11 & \text{on multiplie tous les termes par 5} \\ -5x + 2y = 5 & \text{on multiplie tous les termes par 3} \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} 15x + 35y = 55 \\ -15x + 6y = 15 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$41\,y = 70$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} 41x = -13 \\ 41y = 70 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{x = \dfrac{-13}{41}} \\ \boldsymbol{y = \dfrac{70}{41}} \end{cases}$$

Réponse : **Le couple (x ; y) solution du système est égal à ($\dfrac{-13}{41}$; $\dfrac{70}{41}$).**

3.

- Transformation de la première équation :

$$\begin{cases} 4x - y = 18 \\ x + 9y = -14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x - 18 = y \\ x + 9y = -14 \end{cases}$$

- On remplace y par son expression dans la deuxième équation :

$$\begin{cases} 4x - 18 = y \\ x + 9\,(\,4x - 18\,) = -14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x - 18 = y \\ x + 36x - 162 = -14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x - 18 = y \\ 37\,x = 148 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x - 18 = y \\ x = 4 \end{cases}$$

- On remplace x par sa valeur dans la première équation :

$$\begin{cases} 4 \times 4 - 18 = y \\ x = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \boldsymbol{-2 = y} \\ \boldsymbol{x = 4} \end{cases}$$

Réponse : **Le couple (x ; y) solution du système est égal à (4 ; –2).**

SYSTÈME D'ÉQUATIONS DU 1^{er} DEGRÉ À DEUX INCONNUES
RÉSOLUTION ALGÉBRIQUE

4.

▪ Méthode par combinaison linéaire :

$$\begin{cases} x+y=29 \\ x-y=5 \end{cases} \Downarrow \quad 2x=34$$

$$\begin{cases} x+y=29 \\ -x+y=-5 \end{cases} \Downarrow \quad 2y=24$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} 2x=34 \\ 2y=24 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} x=17 \\ y=12 \end{cases}$$

▪ Méthode par substitution :

$$\begin{cases} x+y=29 \\ x-y=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=29-y \\ x-y=5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=29-y \\ 29-y-y=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=29-y \\ -2y=-24 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=29-12 \\ y=12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=17 \\ y=12 \end{cases}$$

Réponse : **Le couple (x ; y) solution du système est égal à (17 ; 12).**

5. Problème : Résolution du système donné **par substitution** :

$$\begin{cases} 5t=p-4 \\ 6t=p+2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5t+4=p \\ 6t=p+2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5t+4=p \\ 6t=(5t+4)+2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5t+4=p \\ 6t=5t+4+2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5t+4=p \\ t=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5\times 6+4=p \\ t=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 30+4=p \\ t=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 34=p \\ t=6 \end{cases}$$

Le couple (t ; p) solution est égal à (6 ; 34)

Réponse : **Les tables avaient 6 places et le groupe était de 34 personnes.**